UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA
Matemáticas; Prueba de Competencia Específica. Curso 2020/21.

Instrucciones

- El enunciado de la prueba se proporciona en inglés y español. **La contestación al examen ha de ser únicamente en español.**
- La duración total de la prueba es de **90 minutos.**
- Sólo debe utilizar bolígrafos de tinta negra o azul. **No use un lápiz** en ninguna de las hojas que entregará. Tampoco corrector de texto.
- Se permite el uso de calculadora científica que no posea alguna de las siguientes capacidades: Cálculo estadístico, cálculo matricial, representación gráfica y lenguaje alguno de programación.
- No está permitido el uso de ordenadores, tablets, teléfonos, reloj inteligente, ni ningún tipo de material electrónico o aparatos de comunicación.
- Primera parte de la prueba:
  1. La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos.
  2. **Contestar a un máximo de 10** preguntas de las 15 posibles.
     - Cada pregunta correcta suma 0.5 puntos.
     - Cada pregunta incorrecta resta 0.25 puntos.
     - Las preguntas en blanco o con doble marca no suman ni restan puntos.
  3. Las preguntas deben contestarse realizando una marca adecuada en la hoja de respuestas que se adjunta.
- Segunda parte de la prueba:
  1. La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos. Cada problema se valora hasta 2.5.
  2. **Contestar a una única opción** con dos problemas de desarrollo.
  3. Redacte cada problema en hojas separadas.
- **La parte de problemas se contestará en hojas aparte.**

Sólo debe entregar **la hoja de identificación, la hoja de lectura óptica y las hojas con los problemas desarrollados.**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2020/21.

PREGUNTAS TIPO TEST — Modelo 01.A

Conteste a un máximo de 10 cuestiones

1 Sea el polinomio $p(x) = \begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ (determinante). Entonces

(A) $p(a) = 0$ para algún valor $a > 0$.

(B) El grado de $p(x)$ es menor que 4.

(C) Ninguna de las otras dos.

2 Sean la matriz $B = A^4$ donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $b_{3,1}$ el número de la tercera fila y primera columna de B. Entonces

(A) $b_{3,1}$ es un número par .

(B) $b_{3,1} > 10$.

(C) Ninguna de las otras dos.

3 Sea el sistema de ecuaciones lineales $S \equiv \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}z = 1 \\ 3x - y + z = 2 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + z = 3 \end{cases}$. Entonces la solución cumple

(A) $x < z$.

(B) $y > x + z$.

(C) Ninguna de las otras dos.

4 Sea el rombo $ABCD$ de vértices $A = (3, 2, 1), B = (4, 5, 2), C = (3, 8, 3)$ y $D = (a, b, c)$. Entonces

(A) $a > c$.

(B) $b > c$.

(C) Ninguna de las otras dos.

5 Sean s la recta que pasa por los puntos $A = (0, 1, 1)$y $B = (1, 0, 2)$, y d la distancia del punto $Q = (0, 3, 0)$ a la recta s. Entonces

(A) $d < 1$.

(B) $d > 2$.

(C) Ninguna de las otras dos.

INTERNATIONAL

6 Sea el plano π determinado por los puntos $A = (0, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$ y $C = (1, 3, 1)$. Entonces

(A) el plano $2x + y + z - 2 = 0$ es perpendicular a π.

(B) el plano $3x + y + 7z - 10 = 0$ es perpendicular a π.

(C) Ninguna de las otras dos.

7 Sean la recta r determinada por los puntos $A = (0, 1, 1)$ y $B = (1, 0, 2)$, y la recta s determinada por los puntos $C = (1, 0, 1)$ y $D = (1, -2, 0)$. Entonces

(A) r y s se cruzan.

(B) r y s se cortan en un punto.

(C) Ninguna de las otras dos.

8 Sea la función $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x^6 + 3}}$ (raíz cúbica). Entonces

(A) La recta $y - 2 = 0$ es una recta asíntota de la gráfica de f.

(B) La recta $2y + 1 = 0$ es una recta asíntota de la gráfica de f..

(C) Ninguna de las otras dos.

9 Sea la función $f(x) = \cos \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$. Entonces

(A) $f'(0) = 0$ y $f''(0) < 0$.

(B) $f'(0) > 0$ y $f''(0) < 1$.

(C) Ninguna de las otras dos.

10 Sea $k = \displaystyle\int_0^1 \frac{x-1}{x^2+1} dx$. Entonces

(A) $k > \ln 2$. (logaritmo neperiano)

(B) $k < \dfrac{1}{2} \ln 2$.

(C) Ninguna de las otras dos.

11 Sean la función $f(x) = \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 1}$, D su dominio o campo de existencia y $k = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Entonces

(A) $k = 1$.

(B) $D = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$.

(C) Ninguna de las otras dos.

12 De una urna con 10 bolas blancas, 6 bolas negras y 4 bolas rojas, se extraen dos bolas una tras otra sin introducir la primera. Sean p la probabilidad de extraer dos bolas blancas, q la probabilidad de extraer dos bolas negras y r la probabilidad de extraer dos bolas rojas. Entonces

(A) $q = \dfrac{3}{38}$ y $r = \dfrac{3}{95}$.

(B) $p = \dfrac{28}{153}$ y $q = \dfrac{5}{51}$.

(C) Ninguna de las otras dos.

13 Se considera que la probabilidad de que al nacer un perro, este sea macho, es 0,40. Sea p la probabilidad de haya al menos un macho entre los 5 cachorros de una camada. Entonces

(A) $p < 0{,}8$.

(B) $p > 0{,}9$.

(C) Ninguna de las otras dos.

14 De una baraja de 40 cartas se saca una carta y se deja descubierta, y se sacan otras dos tapadas. Sea p la probabilidad de que se tenga un trío (tres cartas de igual numeración o tres figuras), sabiendo que en la primera carta que se obtuvo es un caballo. Entonces

(A) $p < \dfrac{1}{250}$.

(B) $p > \dfrac{1}{200}$.

(C) Ninguna de las otras dos.

15 Se sabe que la probabilidad de que una semilla de sandía germine es 0,4. Se plantan 10 semillas de sandia. Sea p la probabilidad de que germinen sólo 6 de las 10 semillas plantadas. Entonces

(A) $p < 0{,}1$.

(B) $p > 0{,}3$.

(C) Ninguna de las otras dos.

Conteste a los problemas de única Opción en hojas separadas.

Opción 1

1 Sea la matriz $C = A^2 - 4A - 6B$ donde $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
Estudie el rango de C en función del valor del número real a.

2 Sean la recta r determinada por los planos $x - 2y - 2z - 1 = 0$ y $x + 5y - z = 0$, y el plano π definido por $2x + y + mz = n$, donde m y n son números reales. Estudie los valores que deben tener m y n para que la recta y el plano sean:

a) Secantes. b) Saralelos.

Opcion 2

3 Estudie y represente la función $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$.

4 Se elige un número entero al azar entre 0 y 9999 (ambos incluidos). ¿Cual es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?

Instructions

- The exam statements appear both in English and Spanish but **it has to be answered exclusively in Spanish.**
- The duration of the exam is of 90 minutes.
- You should only use black or blue ink pens. **Do not use a pencil** on any of the sheets you will hand out. Neither is a proofreader.
- The use of a scientific calculator that does not have any of the following capabilities is allowed: Statistical calculation, matrix calculation, graphic representation and any programming language.
- The use of computers, tablets, telephones, smart watches, or any type of electronic material or communication devices is not allowed.
- First part of the exam:
  1. The maximum grade for this block is 5 points.
  2. **Answer a maximum of 10** questions out of the 15 possible.
     - Each correct question scores 0.5 points.
     - Each incorrect question subtracts 0.25 points.
     - Blank or double-marked questions do not add or subtract points.
  3. The questions must be answered by making an appropriate mark on the answer sheet (optical) that is attached.
- Second part of the exam::
  1. The maximum grade for this block is 5 points. Each problem is rated up to 2.5.
  2. **Answer a single option** with two development problems.
  3. Write each problem on separate sheets.

You only have to deliver **the identification sheet, the optical reading sheet and the sheets with the developed problems.**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2020/21.

MULTIPLE CHOICE QUESTIONS — Model 01.A

Answer a maximum of 10 questions.

1 Let p be the polynomial $p(x) = \begin{vmatrix} x^2 & x^2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix}$ (determinant). Then

(A) $p(a) = 0$ for some $a > 0$.

(B) The degree of p is less than 4

(C) Neither of the other two.

2 Let B be the matrix $B = A^4$ where $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ and let $b_{3,1}$ be the number in the third row and the first column of B. Then

(A) $b_{3,1}$ is an even number.

(B) $b_{3,1} > 10$.

(C) Neither of the other two.

3 Let S be the system of linear equations $S \equiv \begin{cases} \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{3}z = 1 \\ 3x - y + z = 2 \\ \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}y + z = 3 \end{cases}$. Then a solution satisfies

(A) $x < z$.

(B) $y > x + z$.

(C) Neither of the other two.

4 Let $ABCD$ be the rhombus with vertices $A = (3, 2, 1), B = (4, 5, 2), C = (3, 8, 3)$ and $D = (a, b, c)$. Then

(A) $a > c$.

(B) $b > c$.

(C) Neither of the other two.

5 Let s be the line passing through the points $A = (0, 1, 1)$ and $B = (1, 0, 2)$ let d be the distance from the point $Q = (0, 3, 0)$ to the line s. Then

(A) $d < 1$.

(B) $d > 2$.

(C) Neither of the other two.

6 Let π be the plane determined by the points $A = (0, 1, 1)$, $B = (1, 0, 2)$ and $C = (1, 3, 1)$. Then

(A) the plane $2x + y + z - 2 = 0$ is perpendicular to π.

(B) the plane $3x + y + 7z - 10 = 0$ is perpendicular to π.

(C) Neither of the other two.

7 Let r be the line determined by the points $A = (0, 1, 1)$ and $B = (1, 0, 2)$, and let s be the line determined by the points $C = (1, 0, 1)$ and $D = (1, -2, 0)$. Then

(A) r and s are skew lines.

(B) r and s intersect at a point.

(C) Neither of the other two.

8 Let f be the function $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt[3]{x^6 + 3}}$ (cubic root). Then

(A) The line $y - 2 = 0$ is an asymptotic line of the graph of f.

(B) The line $2y + 1 = 0$ is an asymptotic line of the graph of f..

(C) Neither of the other two.

9 Let f be the function $f(x) = \cos \dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$. Then

(A) $f'(0) = 0$ and $f''(0) < 0$.

(B) $f'(0) > 0$ and $f''(0) < 1$.

(C) Neither of the other two.

10 Let k be $k = \displaystyle\int_0^1 \frac{x-1}{x^2+1} dx$. Then

(A) $k > \ln 2$.

(B) $k < \dfrac{1}{2} \ln 2$.

(C)) Neither of the other two.

11 Let f be the function $f(x) = \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 1}$, let D be its domain or field of existence and $k = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Then

(A) $k = 1$.

(B) $D = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$.

(C) Neither of the other two.

12 From an urn with 10 white balls, 6 black balls and 4 red balls, two balls are drawn one after the other without inserting the first one. Let p be the probability of drawing two white balls, q the probability of drawing two black balls and r the probability of drawing two red balls. Then

(A) $q = \dfrac{3}{38}$ and $r = \dfrac{3}{95}$.

(B) $p = \dfrac{28}{153}$ and $q = \dfrac{5}{51}$.

(C) Neither of the other two.

13 The probability of a born dog being male is considered to be 0,40. Let p be the probability that of heaving at least one male puppy in a litter of five puppies. Then

(A) $p < 0{,}8$.

(B) $p > 0{,}9$.

(C) Neither of the other two.

14 From a deck of 40 cards, one card is drawn and left face up, and two other cards are drawn face down. Let p be the probability of having a three of a kind knowing that the first card was a knight. Then

(A) $p < \dfrac{1}{250}$.

(B) $p > \dfrac{1}{200}$.

(C) Neither of the other two.

15 It is known that the probability that a watermelon seed germinates is 0,4. Ten water seeds are planted. Let p be the probability that exactly 6 of the ten planted seeds germinate. Then

(A) $p < 0{,}1$.

(B) $p > 0{,}3$.

(C) Neither of the other two.

Answer just one option. Answer each problem on separate sheets of paper.

Option 1

1 Let C be the matrix $C = A^2 - 4A - 6B$ where $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ and $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Study the range of C as a function of the value of the real number a.

2 Let r be the line determined by the planes $x - 2y - 2z - 1 = 0$ and $x + 5y - z = 0$. Let π be the plane by $2x + y + mz = n$, where m and n are real numbers. Study the values that m and n must have for the line and the plane to be:

a) Secant. b) Parallel.

Option 2

3 Study and represent the function $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$.

4 An integer number is chosen at random between 0 and 9999 (both included). What is the probability that the chosen number is greater than 4444 and a multiple of 5?